平方根の求め方（開平）の原理

626.5009 の正の平方根 25.03 を求めてみよう。

$\sqrt{626.5009}$ を超えない $\sqrt{626.5009}$ の近似値を $a\times 10+b+c\times 10^{-1}+d\times 10^{-2}$

（a,b,c,d は $0<a\leq 9, 0\leq b,c,d\leq 9$ を満たす整数）とすると，

$(a\times 10+b+c\times 10^{-1}+d\times 10^{-2}+e\times 10^{-3})^2$ は

626.5009 の近似値かつ 626.5009 以下の数である。

わかりやすさの目的で，$(a\times 10+b+c\times 10^{-1}+d\times 10^{-2}+e\times 10^{-3})^2$ を下表のように展開し，

整数 a,b,c,d,e の順に値を求めていく。

	$a\times 10$	b	$c\times 10^{-1}$	$d\times 10^{-2}$
$a\times 10$	$a^2\times 10^2$	$ab\times 10$	ac	$ad\times 10^{-1}$
b	$ab\times 10$	b^2	$bc\times 10^{-1}$	$bd\times 10^{-2}$
$c\times 10^{-1}$	ac	$bc\times 10^{-1}$	$c^2\times 10^{-2}$	$cd\times 10^{-3}$
$d\times 10^{-2}$	$ad\times 10^{-1}$	$bd\times 10^{-2}$	$cd\times 10^{-3}$	$d^2\times 10^{-4}$

a の値を求める。

赤色の部分 $a^2\times 10^2$ が 626.5009 を超えない最大値をとるためには，$a=2$ であればよい。

b の値を求める。

626.5009 から $a^2\times 10^2$ を除いた数は，$a=2$ より，$626.5009-2^2\times 10^2=226.5009$

よって，橙色の部分の総和

$$
\begin{aligned}
2ab\times 10+b^2 &= 2\cdot 2b\times 10+b^2\\
&= 40b+b^2\\
&= b(40+b)
\end{aligned}
$$

が，226.5009 を超えない最大値をとるためには，$b=5$ であればよい。

c の値を求める。

226.5009 から $2ab\times 10+b^2=b(b+40)$ を除いた数は，$b=5$ より，$226.5009-5\times 45=1.5009$

よって，黄色の部分の総和

$$
\begin{aligned}
2ac+2bc\times 10^{-1}+c^2\times 10^{-2} &= 2\cdot 2c+2\cdot 5c\times 10^{-1}+c^2\times 10^{-2}\\
&= 5c+c^2\times 10^{-2}\\
&= \frac{c(500+c)}{100}
\end{aligned}
$$

が，1.5009 を超えない最大値をとるためには，$c=0$ であればよい。

dの値を求める。

1.5009が保留されたので,

緑色の部分の総和

$$
\begin{aligned}
&2ad \times 10^{-1} + 2bd \times 10^{-2} + 2cd \times 10^{-3} + d^2 \times 10^{-4} \\
&= 2 \cdot 2 \cdot d \times 10^{-1} + 2 \cdot 5 \cdot d \times 10^{-2} + 2 \cdot 0 \cdot d \times 10^{-3} + d^2 \times 10^{-4} \\
&= 5d \times 10^{-1} + d^2 \times 10^{-4} \\
&= \frac{d(5000 + d)}{10000}
\end{aligned}
$$

が，1.5009を超えない最大値をとるためには，$d = 3$であればよく，

このとき$\dfrac{d(5000+d)}{10000} = 1.5009$となる。

以上より，

$$
\begin{aligned}
\sqrt{626.5009} &= 2 \times 10 + 5 + 0 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} \\
&= 25.03
\end{aligned}
$$